Übungen zur Algebra I

Prof. Dr. S. Bosch/C. Löh Blatt 0 vom 15. Oktober 2007

Allgemeine Hinweise

Homepage. Alle aktuellen Informationen zur Vorlesung, zu den Übungen, Tutorien, Sprechstunden, sowie die Übungsblätter finden Sie auf der Homepage zur Vorlesung:

http://wwwmath.uni-muenster.de/u/clara.loeh/algebra1_ws0708

Übungen. Die Aufgaben werden wöchentlich donnerstags um 10:00 Uhr auf der obigen Seite online gestellt, und sind bis zum darauffolgenden Donnerstag um 8:00 Uhr in den entsprechenden Briefkästen abzugeben.

Die Übungen dürfen (und sollen) in Gruppen von bis zu zwei Studenten bearbeitet werden; es muss aber jeder, dessen Name auf der Abgabe steht, in der Lage sein *alle* abgegebenen Aufgaben an der Tafel zu präsentieren.

Die genaue Auflistung der Übungsgruppen, sowie der zugehörigen Räume und Briefkästen finden Sie auf obiger Homepage.

Die ersten Übungen finden in der zweiten Vorlesungswoche (22. Oktober bis 26. Oktober) statt.

Einteilung in die Übungsgruppen. Die Einteilung in die Übungsgruppen erfolgt über das Kursbuchungssystem (Sie benötigen hierfür eine Kennung des Rechenzentrums):

https://wwwmath1.uni-muenster.de:16032/KursBuchungenFB10/

Sie können sich ab Dienstag, den 16. Oktober 2007 (17:00 Uhr), bis Freitag, den 19. Oktober 2007 (12:00 Uhr), für die Übungen anmelden; die Plätze werden nach „first come, first serve“ vergeben.

Falls alle Gruppen vollständig belegt sein sollten, wenden Sie sich bitte an Clara Löh (clara.loeh@uni-muenster.de).

Klausurzulassung. Notwendig für die Klausurzulassung sind das Erreichen von mindestens 40% der Punkte auf den Übungszetteln und aktive Teilnahme an den Übungsgruppen (Vortragen von Lösungen).

Für Studiengänge, die keine Bachelor-Studiengänge sind, ergibt sich die Endnote zu je 50% aus der Klausurnote bzw. dem Abschneiden in Übungen.

Tutorien/Sprechstunden. Zusätzlich zur Vorlesung und den Übungen gibt es wöchentliche Tutorien und Sprechstunden. Die Tutorien halten Christian Kappen und Christian Wahle und finden wie folgt statt:

Tutorium 1	Dienstags 14:00 – 16:00	M2	ab 23. Oktober
Tutorium 2	Donnerstags 18:00 – 20:00	M2	ab 25. Oktober

Bei (inhaltlichen) Fragen zu den Übungen und zur Vorlesung stehen außerdem folgende Sprechstunden zur Verfügung:

Svenja Knopf	wird noch bekanntgegeben	
Clara Löh	Donnerstags 14:00 Uhr	513
Prof. Dr. S. Bosch	Donnerstags 10:15 Uhr	511

Bei organisatorischen Fragen wenden Sie sich bitte an Clara Löh.

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 1 (Produkte von Gruppen; Bosch „Algebra," S. 12**).** Sei I eine Menge und $(G_i)_{i \in I}$ eine Familie von Gruppen.

1. Zeigen Sie, dass das mengentheoretische Produkt $\prod_{i \in I} G_i$ bezüglich komponentenweiser Multiplikation eine Gruppe bildet.
2. Ist $\prod_{i \in I} G_i$ abelsch, wenn alle $(G_i)_{i \in I}$ abelsch sind?

Aufgabe 2 (Permutationsgruppen, Bosch „Algebra," S. 12/14**).** Sei M eine Menge und $S(M)$ die Menge der bijektiven Abbildungen $M \longrightarrow M$.

1. Zeigen Sie, dass $S(M)$ bezüglich Komposition eine Gruppe bildet.
2. Sei $n \in \mathbb{N}$. Dann heißt $S_n := S(\{1, \dots, n\})$ *symmetrische Gruppe (Permutationsgruppe) von* $\{1, \dots, n\}$. Für welche n ist S_n abelsch?
3. *Satz von Cayley.* Sei G eine Gruppe. Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} G &\longrightarrow S(G) \\ a &\longmapsto (g \mapsto a \cdot g) \end{aligned}$$

ein injektiver Gruppenhomomorphismus ist. Folgern Sie, dass jede Gruppe G mit n Elementen isomorph zu einer Untergruppe der symmetrischen Gruppe S_n ist.

Aufgabe 3. Sind die Gruppen $(\mathbb{C}, 0, +)$ und $(\mathbb{C} - \{0\}, 1, \cdot\,)$ isomorph?

Aufgabe 4 ((Innere) Automorphismen; Bosch „Algebra," S. 15**).** Sei G eine Gruppe und sei $\operatorname{Aut}(G)$ die Menge der Automorphismen von G.

1. Zeigen Sie, dass $\operatorname{Aut}(G)$ eine Gruppe ist (bezüglich Komposition), die sogenannte *Automorphismengruppe von* G. Was ist $\operatorname{Aut}(\mathbb{Z})$?
2. Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned} G &\longrightarrow \operatorname{Aut}(G) \\ a &\longmapsto (g \mapsto a \cdot g \cdot a^{-1}) \end{aligned}$$

ein Gruppenhomomorphismus ist; die Elemente im Bild heißen *innere Automorphismen von* G. Ist dieser Homomorphismus immer injektiv?

Diese Aufgaben müssen nicht schriftlich abgegeben werden, werden aber in der ersten Übung besprochen.