

Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 0 vom 16. Oktober 2017

Aufgabe 1 (Gruppen).

1. Wie sind Gruppen definiert?
2. Welche der folgenden Strukturen sind Gruppen?
 - (a) Die Menge \mathbb{Z} bezüglich Addition.
 - (b) Die Menge \mathbb{Z} bezüglich Multiplikation.
 - (c) Die Menge $\{1/n \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$ bezüglich Multiplikation.
 - (d) Die Menge $\{n^2 \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$ bezüglich Multiplikation.
3. Sei (G, \cdot) eine Gruppe. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?
 - (a) Ist $g \in G$ mit $g \cdot g = g$, so ist g das neutrale Element e .
 - (b) Ist $g \in G$ mit $g \cdot g = e$, so ist $g = e$.

Aufgabe 2 (Untervektorräume).

1. Wie sind Untervektorräume definiert?
2. Wie kann man überprüfen, ob ein Untervektorraum vorliegt?
3. Sind Durchschnitte von Untervektorräumen Untervektorräume?
4. Sind Vereinigungen von Untervektorräumen Untervektorräume?
5. Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume von \mathbb{R}^3 ?
 - (a) $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$
 - (b) $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = x_2^2\}$
 - (c) $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 \geq 0\}$
 - (d) $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \cdot x_2 = 0\}$
6. Sei $U := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid 2 \cdot x_1 = -x_2\}$. Skizzieren Sie die folgenden Mengen in \mathbb{R}^2 :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + U, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + U, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + U, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + U.$$

Aufgabe 3 (Ringe und Körper).

1. Wie sind Ringe definiert?
2. Wie sind Körper definiert?
3. Wie sind Polynomringe über Körpern definiert?

Aufgabe 4 (Lücken). Welche Begriffe/Sätze aus der Linearen Algebra I/II haben Sie vergessen? Welche Beweise/Rechentechiken aus der Linearen Algebra I/II finden Sie dubios? Füllen Sie diese Lücken!

keine Abgabe!