

Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 1 vom 23. Oktober 2017

Aufgabe 1 (zyklische Gruppen). Sei G eine der Gruppen $\mathbb{Z}/7$, $\mathbb{Z}/8$, $\mathbb{Z}/9$, $\mathbb{Z}/10$.

1. Berechnen Sie für jede dieser Möglichkeiten in G den Ausdruck

$$[2] + [7] - [42] + [5] + [-2017].$$

2. Überlegen Sie jeweils, ob es ein $x \in G$ mit $x + x + x = [5]$ gibt.
3. Bestimmen Sie jeweils alle Untergruppen von G .

Aufgabe 2 (symmetrische Gruppen).

1. Listen Sie alle Elemente von S_3 auf.
2. Bestimmen Sie alle Untergruppen von S_3 .
3. Besitzt S_3 eine Untergruppe, die $\mathbb{Z}/3$ isomorph ist?
4. Besitzt S_3 eine Untergruppe, die $\mathbb{Z}/4$ isomorph ist?

Aufgabe 3 (Quotientenvektorräume).

1. Wie werden Quotientenvektorräume konstruiert?
2. Welche universelle Eigenschaft besitzen Quotientenvektorräume?
3. Welche weiteren Eigenschaften von Quotientenvektorräumen kennen Sie?
4. Welche der folgenden Terme liefern wohldefinierte \mathbb{R} -lineare Abbildungen $\mathbb{R}^3 / \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_2 + x_3 = 0\} \rightarrow \mathbb{R}$?
 - (a) $[x] \mapsto x_1$
 - (b) $[x] \mapsto x_2$
 - (c) $[x] \mapsto x_1 + x_3$
 - (d) $[x] \mapsto x_1 + x_2 + x_3$

Aufgabe 4 (Matrixgruppen).

1. An welche Matrixgruppen können Sie sich aus der Linearen Algebra erinnern?
2. Was wissen Sie über die algebraischen und geometrischen Eigenschaften von $O(n)$ und $SO(n)$?

keine Abgabe!