

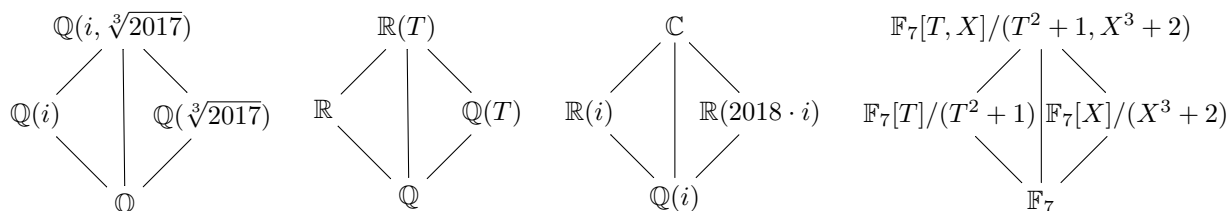
# Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 11 vom 15. Januar 2018

---

**Aufgabe 1 (Grade).** Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Körpererweiterungen den Grad:



**Aufgabe 2 (algebraische Zahlen).** Sei  $\alpha \in \mathbb{C}$  mit

$$\alpha^5 + 2 \cdot \alpha^3 - 42 \cdot \alpha + 402 = 0.$$

Schreiben Sie die folgenden Zahlen als  $\mathbb{Q}$ -Linearkombination von  $1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4$ :

1.  $\alpha^5$
2.  $\alpha^6$
3.  $1/\alpha$
4. Gilt  $\alpha^4 = 42 \cdot \alpha^3 - 2018$  ?

**Aufgabe 3 (Minimalpolynome).** Bestimmen Sie für die folgenden komplexen Zahlen das Minimalpolynom über den angegebenen Grundkörpern:

1. von  $\sqrt{2018}$  über  $\mathbb{Q}$  bzw.  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2017})$
2. von  $i \cdot \sqrt{2018}$  über  $\mathbb{Q}$  bzw.  $\mathbb{R}$  bzw.  $\mathbb{Q}(i)$
3. von  $1 + \sqrt{2}$  über  $\mathbb{Q}$
4. von  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  über  $\mathbb{Q}$
5. von  $1/2 \cdot (1 + \sqrt{5})$  über  $\mathbb{Q}$

**Aufgabe 4 (Wiederholung).** Schreiben Sie eine Übersicht/Zusammenfassung von Kapitel 3.1; orientieren Sie sich dabei an den folgenden Fragen:

1. Was sind die grundlegenden Begriffe der Körpertheorie?
2. Welche Beispiele für Körper bzw. Konstruktionen von Körpern kennen Sie? Wozu verwendet man diese?
3. Wie gehen die Erkenntnisse aus der Gruppen- und Ringtheorie dabei ein?

Alles, was Sie jetzt sicher beherrschen, müssen Sie nicht mühsam vor der Klausur unter Zeitdruck lernen ...

---

keine Abgabe!