# Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig — Blatt 14 vom 5. Februar 2018

---

**Aufgabe 1** (normal)**.** Welche der folgenden Körpererweiterungen (in $\mathbb{C} \mid \mathbb{Q}$) sind normal?

1. $\mathbb{Q}(\sqrt{2018}) \mid \mathbb{Q}$
2. $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt{2018}) \mid \mathbb{Q}(\sqrt{2018})$
3. $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt{2018}) \mid \mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$
4. $\mathbb{Q}(i \cdot \sqrt{2}) \mid \mathbb{Q}$
5. $\mathbb{Q}(i, \sqrt{2}) \mid \mathbb{Q}$

**Aufgabe 2** (primitive Elemente)**.** Bestimmen Sie ein primitives Element für die Körpererweiterung $\mathbb{Q}(\zeta_3, \sqrt{2}) \mid \mathbb{Q}$.

**Aufgabe 3** (Galoiskorrespondenz)**.** Sei $L \mid K$ eine endliche Galoiserweiterung mit $\operatorname{Gal}(L, K) \cong A_5$. Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

1. Es gilt $[L : K] = 5$.
2. Es gibt einen Zwischenkörper $M$ von $L \mid K$ mit $\operatorname{Gal}(L, M) \cong \mathbb{Z}/30$.
3. Es gibt einen Zwischenkörper $M$ von $L \mid K$ mit $[M : K] = 2$.
4. Es gibt einen Zwischenkörper $M$ von $L \mid K$ mit $|\operatorname{Gal}(L, M)| = 5$.

**Aufgabe 4** (Wiederholung)**.** Schreiben Sie eine Übersicht/Zusammenfassung von Kapitel 3.4; orientieren Sie sich dabei an den folgenden Fragen:

1. Was besagt der Hauptsatz der Galoistheorie?
2. Wozu braucht man Normalität? Wozu braucht man Separabilität?
3. Wie beweist man den Hauptsatz der Galoistheorie?
4. Wie gehen die Erkenntnisse aus der Gruppen- und Ringtheorie dabei ein?

Alles, was Sie jetzt sicher beherrschen, müssen Sie nicht mühsam vor der Klausur unter Zeitdruck lernen ...

---

keine Abgabe!