

Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 4 vom 13. November 2017

Aufgabe 1 (Gruppenoperationen?!). Welche der unten angegebenen Abbildungen $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R}) \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definieren eine Gruppenoperation von $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ auf \mathbb{R}^2 ?

1. $(A, x) \mapsto A \cdot x$
2. $(A, x) \mapsto A^{-1} \cdot x$
3. $(A, x) \mapsto A + x$
4. $(A, x) \mapsto \det(A) \cdot x$

Aufgabe 2 (Satz von Cayley). Geben Sie jeweils eine Untergruppe von S_6 an, die zu der gegebenen Gruppe isomorph ist:

1. $\mathbb{Z}/6$
2. S_3
3. $\mathbb{Z}/4$
4. $\mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2$

Aufgabe 3 (Isometrien des regulären Sechsecks). Wir betrachten ein reguläres Sechseck X in (\mathbb{R}^2, d_2) und die kanonische Operation der zugehörigen Isometriegruppe $G := \mathrm{Isom}(X, d_2)$ auf X .

1. Was ist der Stabilisator des Mittelpunkts von X ?
2. Was ist der Stabilisator einer Ecke von X ?
3. Welche Punkte von X haben welche Stabilisatoren?
4. Bestimmen Sie für jedes $g \in G$ die zugehörige Fixpunktmenge X^g .
5. Bestimmen Sie für jedes $x \in X$ die zugehörige Bahn $G \cdot x$.

Aufgabe 4 (Wiederholung). Schreiben Sie eine Übersicht/Zusammenfassung von Kapitel 1.1; orientieren Sie sich dabei an den folgenden Fragen:

1. Was sind die grundlegenden Begriffe der Gruppentheorie?
2. Welche Beispiele für Gruppen bzw. Konstruktionen von Gruppen kennen Sie? Wozu verwendet man diese?
3. Was sind grundlegende Sätze und Beweismethoden der Gruppentheorie?

Alles, was Sie jetzt sicher beherrschen, müssen Sie nicht mühsam vor der Klausur unter Zeitdruck lernen ...

keine Abgabe!