

Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 7 vom 4. Dezember 2017

Aufgabe 1 (Ringe). Welche der folgenden Teilmengen von \mathbb{C} sind Ringe (bezüglich komplexer Addition und Multiplikation)?

1. $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z \geq 0\}$
2. $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$
3. $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z \in \mathbb{Z}, \operatorname{Im} z \in \mathbb{Z}\}$
4. $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} z \in \mathbb{Z} + \sqrt{2} \cdot \mathbb{Z}, \operatorname{Im} z = 0\}$

Aufgabe 2 (Ringhomomorphismen). Welche dieser Abbildungen $\mathbb{Z}[X] \rightarrow \mathbb{Z}[X]$ sind Ringhomomorphismen?

1. $f \mapsto f(2017)$
2. $f \mapsto f^2$
3. $f \mapsto f + 1$
4. $f \mapsto 2017 \cdot f$

Aufgabe 3 (Restklassenringe). Welche der folgenden Ringe sind isomorph zueinander?

$$\mathbb{Z}/(4), \quad \mathbb{Z}/(2) \times \mathbb{Z}/(2), \quad \mathbb{Z}/(2, 4), \quad (\mathbb{Z}/(4))/([2018])$$

Aufgabe 4 (Quotientenkörper). Zeigen Sie, dass die Quotientenkörperkonstruktion wirklich funktioniert. An welcher Stelle benötigen Sie welche Voraussetzungen?

keine Abgabe!