

Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 8 vom 11. Dezember 2017

Aufgabe 1 (größter gemeinsamer Teiler).

1. Gilt $\text{ggT}(2017, 88) = \text{ggT}(17, 8888)$ in \mathbb{Z} ?
2. Gilt $\text{ggT}(44, 88) = \text{ggT}(444, 888)$ in \mathbb{Z} ?
3. Gilt $\text{ggT}(T^4 + T^3 + T + 1, T^4 + T^2 + 1) = T^2 + T + 1$ in $\mathbb{F}_2[T]$?
4. Gilt $\text{ggT}(T^4 + T^3 + T + 1, T^4 + T^2 + 1) = -5 \cdot T^2 + 5 \cdot T - 5$ in $\mathbb{Q}[T]$?

Aufgabe 2 (Idealrechnung). Welche der folgenden Ideale sind gleich?

1. (12) , $(3, 4)$, $(2, 6)$, $(2) \cap (6)$, $(3) \cap (4)$ in \mathbb{Z} .
2. $(T^3 + T^2)$, $(T + 1, T^2)$, $(T, T^2 + T)$, $(T) \cap (T^2 + T)$, $(T + 1) \cap (T^2)$ in $\mathbb{Q}[T]$.

Aufgabe 3 (Primideale, maximale Ideale). Welche der folgenden Ideale sind prim? Welche maximal?

1. (4242) in \mathbb{Z}
2. $(T^2 + 2)$ in $\mathbb{Q}[T]$
3. $(T^2 + 1)$ in $\mathbb{F}_2(T)$
4. $(T^2 + 1)$ in $\mathbb{F}_2[T]$
5. $(2, T)$ in $\mathbb{Z}[T]$
6. (X, Y) in $\mathbb{Q}[X, Y]$
7. (X, Y) in $\mathbb{Z}[X, Y]$
8. $([0])$ in $\mathbb{Z}/(2018)$

Aufgabe 4 (Wiederholung). Schreiben Sie eine Übersicht/Zusammenfassung von Kapitel 2.1; orientieren Sie sich dabei an den folgenden Fragen:

1. Was sind die grundlegenden Begriffe der Ringtheorie?
2. Welche Beispiele für Ringe bzw. Konstruktionen von Ringen kennen Sie? Wozu verwendet man diese?
3. Was sind grundlegende Sätze und Beweismethoden?
4. Welche Parallelen zur Gruppentheorie können Sie entdecken?

Alles, was Sie jetzt sicher beherrschen, müssen Sie nicht mühsam vor der Klausur unter Zeitdruck lernen . . .

keine Abgabe!