

# Fingerübungen zur Algebra

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 9 vom 18. Dezember 2017

---

## Aufgabe 1 (letzte Ziffern).

1. Bestimmen Sie die letzte Ziffer von  $2017^{888}$  im Zehnersystem.
2. Bestimmen Sie die letzte Ziffer von  $888^{2017}$  im Zehnersystem.
3. Bestimmen Sie die letzte Ziffer von  $888^{2017}$  im Zwölfersystem.
4. Bestimmen Sie die letzte Ziffer von  $2017^{2019}$  im Hexadezimalsystem.

## Aufgabe 2 (modulare Gleichungen).

1. Bestimmen Sie ein multiplikatives Inverses zu  $[5]$  in  $\mathbb{Z}/(12)$ .
2. Bestimmen Sie ein multiplikatives Inverses zu  $T^2 + 1$  in  $\mathbb{Q}[T]/(T + 1)$ .
3. Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{Z}$  mit  $x^7 \equiv 3 \pmod{7}$ .
4. Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{Z}$  mit  $x^9 \equiv 6 \pmod{7}$ .

**Aufgabe 3 (Primbewertungen).** Berechnen Sie jeweils die folgenden Bewertungen zu den angegebenen Primelementen in den angegebenen Ringen:

- $\nu_3\left(\frac{42}{99}\right)$  in  $Q(\mathbb{Z})$  für  $3 \in \mathbb{Z}$ .
- $\nu_3\left(\frac{99}{42}\right)$  in  $Q(\mathbb{Z})$  für  $3 \in \mathbb{Z}$ .
- $\nu_3\left(3 \cdot T^3 + \frac{1}{3} \cdot T^2 - 7 \cdot T + 99\right)$  in  $Q(\mathbb{Z})[T]$  für  $3 \in \mathbb{Z}$ .
- $\nu_T\left(3 \cdot T^3 + \frac{1}{3} \cdot T^2 - 7 \cdot T + 99\right)$  in  $\mathbb{Z}[T]$  für  $T \in \mathbb{Z}[T]$ .

**Aufgabe 4 (Wiederholung).** Erstellen Sie eine Tabelle mit den wichtigsten Ringeigenschaften (als Zeilen) und den wichtigsten Beispielen von Ringen (als Spalten) und überlegen Sie bzw. schlagen Sie nach, welche Beispielringe welche Eigenschaften erfüllen.

---

keine Abgabe!