

GRIPS + <http://www.mathematik.uni-r.de/loeh/>

[teaching/geometrie-ss21/org.pdf](http://www.mathematik.uni-r.de/loeh/teaching/geometrie-ss21/org.pdf)

VORLESUNGEN: DI/FR 8:30 - 10:00

- Selbststudium (Skript + Leseaufträge)
- Zoom-„Vorlesungen“ / Fragstunden
- aktuelle Vorlesung:

<http://www.mathematik.uni-r.de/loeh/lecture.pdf>

ÜBUNGEN: Org: J. Scipal

fortgesetzt → Ü-leiter: I. Christidis, M. Helbig, M. Wehld

- wöchentliche Ü-Blätter (50% + ≥ 1 vorrechnen)
- Abgabe / Korrektur: via GRIPS
- Zoom-Übungsgruppen
- Registrierung / Einteilung: **GRIPS!** bis Di 10:00

STUDIENLEISTUNG: Übungen (s.o.)

PRÜFUNGSLEISTUNG: Klausur (23.07., 9⁰⁰ - 11⁰⁰)

(in Präsenz; sonst: Online-Take-Home-Open-Book)

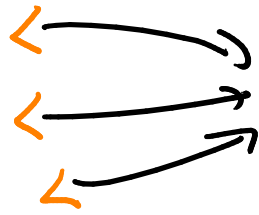
CHAT: Einladungslink s. GRIPS

BITTE KEINE DER ZOOM-TREFFEN AUFNEHMEN!

0 EINFÜHRUNG: WAS IST GEOMETRIE?

$\gamma\tilde{\eta}$: Erde $\mu\epsilon\tau\gamma\epsilon\acute{\nu}$:
wissen

(lin.) Algebra
Analysis
Topologie



Landvermessung
(Geometrie)



Geometrie $\stackrel{?}{\equiv}$ Untersuchung geometrischer Objekte

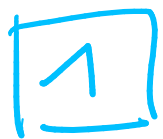
Schlüsselfrage \rightarrow Definition?! ?

Was sind / Punkte, Geraden, Dreiecke, Winkel, ... ?!
Was machen

Zugänge:

- ① axiomatisch
(Was hat das mit der Anschauung zu tun?
• Welche Rolle spielt das Parallelaxiom?)
- ② konkret
 - metrische Geometrie
 - analytische Geometrie
 - elementare riemannsche Geometrie.

- Kann man längentreue ebene Landkarten zeichnen?
- Wie kann man mit Geometrie Spiele gewinnen?
- Wie kann man Computern Geometrie beibringen? Und umgekehrt?!).



MINI-GEOMETRIE

Ziel: einfache, axiomatische Geometrie

→ Verständnis von Unabhängigkeit (von Axiomen)

- Anwendungen kombinatorischer Geometrie (Graphen)
- Formalisierung mit Beweisassistenten

1.1 AXIOMATISCHE GEOMETRIE

① EUKLID (~ 3. Jhd v. Chr)

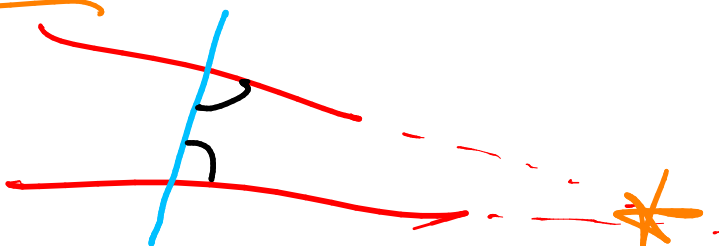
- Def.
- Postulate / Axiome
- Satz / Beweis

Definitionen

1. Ein Punkt ist, was keine Theile hat.
2. Eine Linie ist eine Länge ohne Breite.
3. Enden einer Linie sind Punkte.
4. Eine gerade Linie ist, welche den auf ihr befindlichen Punkten gleichförmig liegt.
5. Eine Fläche ist, was nur Länge und Breite hat.
- ⋮
13. Grenze heißt, was das Ende eines Dinges ist;
- ⋮
35. Parallel sind gerade Linien in einer Ebene, die, so weit man sie auch an beiden Seiten verlängern mag, doch an keiner Seite zusammentreffen.

Besondere Beachtung verdient das Parallelenaxiom (in der Übersetzung von Lorenz Axiom 11; im Original wohl eher Postulat 5):

Zwei gerade Linien, die von einer dritten geschnitten werden, so daß die beyden innern an einerley Seite liegenden Winkel zusammen kleiner als zwey rechte sind, treffen genugsam verlängert an eben der Seite zusammen.



folgt dies aus den anderen Axiomen (!?)

② HILBERT (~1900)

keine konkrete Beschreibung der Objekte,
sondern: wie verhalten sie sich zueinander?

Punkte, Geraden, Ebenen

„Man muß jederzeit an Stelle von „Punkte, Geraden, Ebenen“ „Tische, Stühle, Bierseidel“ sagen können.“

Hilberts Axiome teilen sich in die folgenden Gruppen ein (Anhang A.2):

I. Axiome der Verknüpfung

...

II. Axiome der Anordnung

...

III. Axiom der Parallelen

In einer Ebene α lässt sich durch einen Punkt A ausserhalb einer Geraden a stets eine und nur eine Gerade ziehen, welche jene Gerade a nicht schneidet; dieselbe heisst die Parallele zu a durch den Punkt A .

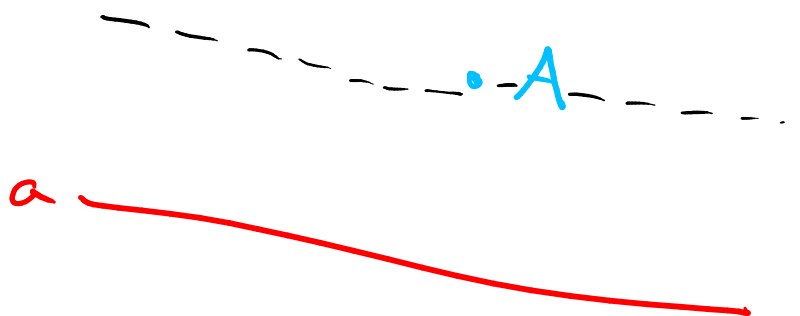
IV. Axiome der Congruenz

...

V. Axiom der Stetigkeit

...

kann das weg?



1.2 AXIOME DER MINI-GEOMETRIE

Definition. (Mini-Geometrie). Die Sprache der Mini-Geometrie enthält „Punkte“, „Geraden“ und die Beziehung „liegt auf“ zwischen Punkten und Geraden sowie die Sprache der Logik erster Stufe. Mini-Geometrie erfüllt die folgenden Axiome:

MG1: Zu je zwei verschiedenen Punkten gibt es höchstens eine Gerade, so dass beide Punkte auf dieser Geraden liegen.

MG2: Auf jeder Geraden liegen mindestens zwei verschiedene Punkte.

→ neue Begriffe:

Definition. (Schnittpunkt zweier Geraden). Ein Punkt x in Mini-Geometrie ist ein Schnittpunkt der Geraden g und h , wenn x auf g liegt und x auf h liegt.

Definition. (parallel). Zwei Geraden in Mini-
Geometrie heißen parallel, wenn sie
keine Schnittpunkte haben.