Geometrie: Woche 1

Prof. Dr. C. Löh/J. Seipel 13. April 2021

Leseauftrag (für die Vorlesung am 13. April)**.**

- Registrieren Sie sich auf GRIPS für diese Vorlesung.

In der ersten Vorlesung werden wir Organisatorisches besprechen und uns mit einem thematischen Überblick sowie den wichtigsten Zielen der Vorlesung beschäftigen.

Nach dieser ersten Vorlesung wird das Lesematerial für die zweite Vorlesung bereitgestellt. Im restlichen Verlauf des Semesters wird das Material für die gesamte Woche $n+1$ jeweils am Freitag der Woche n zur Verfügung gestellt.

Leseauftrag (für die Vorlesung am 16. April)**.**

- Überlegen Sie sich, wie Sie Ihr Selbststudium effizient und erfolgreich gestalten können, z.B.: Wann bearbeiten Sie die Leseaufträge? Wie stellen Sie sicher, dass Sie nicht nur das Material kurz überfliegen, sondern sich wirklich eingehend damit beschäftigen? Wann/Wie „treffen“ Sie sich mit anderen Vorlesungsteilnehmern, um die Themen und Fragen zu besprechen? Wie/Wo stellen Sie Fragen, die beim Lesen des Skriptes oder beim Bearbeiten der Übungsaufgaben auftreten? Welche Notizen möchten Sie sich während der Zoom-Treffen der Vorlesungen und Übungen machen? Welche zusätzlichen Quellen möchten Sie verwenden? Wie integrieren Sie die Bearbeitung der Übungsaufgaben in den restlichen Ablauf? Wann/Wie bauen Sie regelmäßige Pausen von der Arbeit am Computer ein?
- Registrieren Sie sich für den Text-Chat und interagieren Sie mit anderen Teilnehmern!
- Lesen Sie den Rest von Kapitel 1.2 *Axiome der Mini-Geometrie*.
- Lesen Sie Kapitel 1.3 *Axiome vs. Modelle*.
- (Optional.) Lesen Sie Anhang A.2 *Hilberts Axiomatik*.

Fingerübung (Mini-Geometrie)**.**

1. Formulieren Sie die Axiome der Mini-Geometrie nach der Ersetzung von „Punkt“ durch „Blorx“, von „Gerade“ durch „Portal“ und von „liegt auf“ durch „flitzt durch“.
2. Wie lautet in dieser Variante die Definition von „Schnitt~~punkt~~blorx“?
3. Von „parallel“?
4. Wie lautet der Satz „Jeder Blorx flitzt durch mindestens acht Portale.“ in gewöhnlicher Mini-Geometrie?

Hinweis. Lösungen zu *Fingerübungen* werden nicht abgegeben/korrigiert.

Aufgaben (für die Übungen am April 20–23)**.** Im ersten Übungstermin besteht die Gelegenheit, den Übungsleiter und die anderen Übungsteilnehmer besser kennenzulernen und es werden die folgenden Aufgaben (lösbar mit dem Material aus Woche 1) besprochen.

Bitte wenden

Aufgabe 0.1 (endliche Mini-Geometrie-Modelle)**.** Ein Modell $(P, G, \sqsubset)$ von Mini-Geometrie ist *endlich*, wenn die Menge P endlich ist. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort durch einen Beweis oder ein geeignetes Gegenbeispiel!

1. Ist $(P, G, \sqsubset)$ ein endliches Mini-Geometrie-Modell, so ist G endlich.
2. Ist $(P, G, \sqsubset)$ ein Mini-Geometrie-Modell und ist G endlich, so ist P endlich.

Aufgabe 0.2 (Modelle über $\mathbb{F}_2$)**.** Zeichnen Sie $A(\mathbb{F}_2)$ und $A(\mathbb{F}_2^3)$ und erklären Sie Ihre Bilder.

Aufgabe 0.3 (Unabhängigkeit)**.** Ein *Viereck* in Mini-Geometrie ist ein Quadrupel (u, v, w, x) von Punkten, wobei die Punkte u, v, die Punkte v, w, die Punkte w, x und die Punkte x, u je auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Welche der folgenden Sätze in Mini-Geometrie sind unabhängig von den Mini-Geometrie-Axiomen? Begründen Sie Ihre Antwort!

1. Ist (u, v, w, x) ein Viereck in Mini-Geometrie, so ist (u, v, w) ein Dreieck in Mini-Geometrie.
2. Ist (x, y, z) ein Dreieck in Mini-Geometrie, so ist (x, y, z, z) ein Viereck in Mini-Geometrie.

Aufgabe 0.4 (Gradsummen)**.** Sei $X = (V, E)$ ein Graph. Ist $v \in V$, so ist

$$\deg v := \big|\{w \in V \mid \{v, w\} \in E\}\big| \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$$

der *Grad von v (in X)*.

1. Zeigen Sie: Ist (V, E) ein Graph mit endlich vielen Knoten, so gilt
$$\sum_{v \in V} \deg v = 2 \cdot |E|.$$
2. Folgern Sie: Die Anzahl der Menschen, die heute einen Abstand von weniger als 1.5 Metern zu einer ungeraden Anzahl von Menschen hatten, ist gerade.

Bonusaufgabe (Die Schule von Athen)**.**

1. Woher kennen Sie dieses Bild?
2. Wo sind auf diesem Bild Platon, Aristoteles, Pythagoras und Euklid?
3. Warum ist Hilbert (der Mathematiker mit Hut) nicht abgebildet?

Keine Abgabe! Besprechung in den Übungen in der zweiten Vorlesungswoche.