

Geometrie: Übungen

Prof. Dr. C. Löh/M. Uschold

Blatt 0, 21. April 2023

Fingerübung (Mini-Geometrie).

1. Formulieren Sie die Axiome der Mini-Geometrie nach der Ersetzung von „Punkt“ durch „Blorx“, von „Gerade“ durch „Portal“ und von „liegt auf“ durch „flitzt durch“.
2. Wie lautet in dieser Variante die Definition von „Schnittpunktblorx“?
3. Von „parallel“?
4. Wie lautet der Satz „Jeder Blorx flitzt durch mindestens acht Portale.“ in gewöhnlicher Mini-Geometrie?

Hinweis. Lösungen zu *Fingerübungen* werden nicht abgegeben/korrigiert.

Aufgabe 0.1 (endliche Mini-Geometrie-Modelle). Ein Modell (P, G, \sqsubset) von Mini-Geometrie ist *endlich*, wenn die Menge P endlich ist. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort durch einen Beweis oder ein geeignetes Gegenbeispiel!

1. Ist (P, G, \sqsubset) ein endliches Mini-Geometrie-Modell, so ist G endlich.
2. Ist (P, G, \sqsubset) ein Mini-Geometrie-Modell und ist G endlich, so ist P endlich.

Aufgabe 0.2 (Modelle über \mathbb{F}_2). Zeichnen Sie $A(\mathbb{F}_2)$ und $A(\mathbb{F}_2^3)$ und erklären Sie Ihre Bilder.

Aufgabe 0.3 (Unabhängigkeit). Ein *Viereck* in Mini-Geometrie ist ein Quadrupel (u, v, w, x) von Punkten, wobei die Punkte u, v , die Punkte v, w , die Punkte w, x und die Punkte x, u je auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Welche der folgenden Sätze in Mini-Geometrie sind unabhängig von den Mini-Geometrie-Axiomen? Begründen Sie Ihre Antwort!

1. Ist (u, v, w, x) ein Viereck in Mini-Geometrie, so ist (u, v, w) ein Dreieck in Mini-Geometrie.
2. Ist (x, y, z) ein Dreieck in Mini-Geometrie, so ist (x, y, z, z) ein Viereck in Mini-Geometrie.

Aufgabe 0.4 (Gradsummen). Sei $X = (V, E)$ ein Graph. Ist $v \in V$, so ist

$$\deg v := |\{w \in V \mid \{v, w\} \in E\}| \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$$

der *Grad* von v (in X).

1. Zeigen Sie: Ist (V, E) ein Graph mit endlich vielen Knoten, so gilt

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2 \cdot |E|.$$

2. Folgern Sie: Die Anzahl der Menschen, die heute während einer Vorlesung mit einer ungeraden Anzahl von Personen getratscht haben, ist gerade.

Bitte wenden

Bonusaufgabe (Die Schule von Athen).



1. Woher kennen Sie dieses Bild?
2. Wo sind auf diesem Bild Platon, Aristoteles, Pythagoras und Euklid?
3. Warum ist Hilbert (der Mathematiker mit Hut) nicht abgebildet?

Keine Abgabe! Besprechung in den Übungen in der zweiten Vorlesungswoche.