

# Geometrie: Übungen

Prof. Dr. C. Löh/M. Uschold

Blatt 1, 21. April 2023

---

## Fingerübung (Formelsalat).

1. Wie kann man die Schnittpunkteigenschaft in Formeln in einem Mini-Geometrie-Modell  $(P, G, \sqsubset)$  schreiben?
  2. Wie kann man die Parallelitätseigenschaft in Formeln in einem Mini-Geometrie-Modell  $(P, G, \sqsubset)$  schreiben?
  3. Wie kann man folgende Formel in einem Mini-Geometrie-Modell  $(P, G, \sqsubset)$  kurz in Worten schreiben?  $\exists_{g \in G} \forall_{h \in G} g = h$
  4. Wie kann man folgende Formel in einem Mini-Geometrie-Modell  $(P, G, \sqsubset)$  kurz in Worten schreiben?  $\exists_{x \in P} \forall_{g \in G} x \sqsubset g$
- 

**Aufgabe 1.1 (Graphen).** Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort durch einen Beweis oder ein geeignetes Gegenbeispiel!

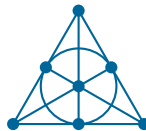
1. Ist  $(V, E)$  ein Graph, so gilt:  $\exists_{e \in E} \forall_{v \in V} v \in e$
2. Ist  $(V, E)$  ein Graph, so gilt:  $|V| = 2023 \implies |E| \neq 20232023$

**Aufgabe 1.2 (Unabhängigkeit).** Ein *Viereck* in Mini-Geometrie ist ein Quadrupel  $(u, v, w, x)$  von Punkten, wobei die Punkte  $u, v$ , die Punkte  $v, w$ , die Punkte  $w, x$  und die Punkte  $x, u$  je auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Ist der folgende Satz in Mini-Geometrie unabhängig von den Mini-Geometrie-Axiomen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Sind  $(u, v, z)$  und  $(u, w, z)$  Dreiecke in Mini-Geometrie, so ist  $(u, v, w, z)$  ein Viereck in Mini-Geometrie.

**Aufgabe 1.3 (Die Fano-Ebene).** Bearbeiten Sie zwei der folgenden Aufgaben:

1. Sei  $K$  ein Körper. Zeigen Sie, dass  $P(K)$  tatsächlich ein Modell für Mini-Geometrie ist.
2. Sei  $K$  ein endlicher Körper. Bestimmen Sie die Anzahl der Punkte und Geraden in der Mini-Geometrie  $P(K)$ .
3. Wie kann man untenstehendes Bild als Skizze von  $P(\mathbb{F}_2)$  verstehen? Beschriften Sie insbesondere alle Punkte und Geraden geeignet!



**Aufgabe 1.4 (Gedichte).** Siebzehn KI-Systeme interpretieren drei Gedichte. Je zwei KI-Systeme diskutieren eines dieser drei Gedichte miteinander. Zeigen Sie, dass es dann drei KI-Systeme und ein Gedicht  $G$  gibt, so dass je zwei dieser drei KI-Systeme über  $G$  diskutiert haben.

*Hinweis.* Verwenden Sie ein geeignetes Schubfachargument und Mini-Ramsey.

*Bitte wenden*

**Bonusaufgabe** (Schulbuch-Geraden).

1. Extrahieren Sie aus einem Mathematik-Schulbuch Ihrer Wahl eine „Definition“ des Begriffes „Gerade“.

*Hinweis.* Wie bei jedem Zitat ist eine Quellenangabe erforderlich!

2. Handelt es sich dabei eher um eine axiomatische oder eher um eine konkrete Definition?
3. Welchen Präzisionsgrad messen Sie dieser „Definition“ bei?
4. Welche kritischen Fragen könnte ein Schüler dazu stellen?