

Geometrie: Übungen

Prof. Dr. C. Löh/M. Uschold

Blatt 3, 5. Mai 2023

Fingerübung (Färbung von Landkarten).

1. Wieviele Knoten hat der duale Graph zur Deutschlandkarte (aufgeteilt in Bundesländer)?
 2. Wieviele Kanten hat dieser Graph?
 3. Wieviele Farben benötigen Sie, um eine Deutschlandkarte, aufgeteilt in Bundesländer, zu färben?
 4. Wieviel Farben benötigen Sie, um eine Karte von Bayern, aufgeteilt in Land-/Stadtkreise, zu färben?
-

Aufgabe 3.1 (Heiratsbedingung). Erfüllen die beiden unten angegebenen Abbildungen $\{1, \dots, 4\} \rightarrow P(\{1, \dots, 6\})$ die Heiratsbedingung? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$\textcircled{1}: \{1, \dots, 4\} \rightarrow P(\{1, \dots, 6\})$$

$$1 \mapsto \{2, 3, 4\}$$

$$2 \mapsto \{1, 2\}$$

$$3 \mapsto \{1, 4\}$$

$$4 \mapsto \{3\}$$

$$\textcircled{2}: \{1, \dots, 4\} \rightarrow P(\{1, \dots, 6\})$$

$$1 \mapsto \{1, 2, 5, 6\}$$

$$2 \mapsto \{3, 4\}$$

$$3 \mapsto \{3, 4\}$$

$$4 \mapsto \{3, 4\}$$

Aufgabe 3.2 (L-Tromino-Spiel). Zwei Spieler, A und B, spielen folgendes Spiel auf einem 2023×2023 -Schachbrett, bei dem das zentrale Feld (also das 1012-te Feld in der 1012-ten Zeile) fehlt:

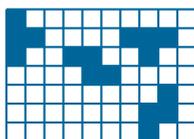
- Zu Beginn ist das Spielbrett leer.
- Ein Zug besteht darin, einen Stein der Form  (sog. *L-Tromino*) so auf drei Schachbrett-Felder zu setzen, dass er sich mit keinem anderen Stein überlappt; der Stein darf dabei auch gedreht werden: 
- Spieler A und B ziehen abwechselnd.
- Derjenige, der den letzten Stein setzen kann, gewinnt.
- Spieler A beginnt.

Geben Sie eine Gewinnstrategie für Spieler B an und begründen Sie, warum es sich dabei um eine Gewinnstrategie handelt.

Hinweis. Verwenden Sie eine geeignete Symmetrie!

Bitte wenden

Aufgabe 3.3 (Zug für Zug). Zwei Spieler, A und B, spielen folgendes Spiel auf dem untenstehenden Spielbrett:



- Spieler A beginnt und setzt eine Spielfigur auf ein freies (d.h. weißes) Feld seiner Wahl. Danach macht Spieler B den ersten normalen Zug.
- Ein Zug besteht darin, diese Figur auf ein horizontal oder vertikal benachbartes Feld zu setzen, das die Figur bisher noch *nicht* besucht hat. Insbesondere ziehen beide Spieler mit derselben Figur!
- Spieler A und B ziehen abwechselnd.
- Derjenige, der den letzten Zug machen kann, gewinnt.

Geben Sie eine Gewinnstrategie für Spieler B an und begründen Sie, warum es sich dabei um eine Gewinnstrategie handelt. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Modellieren Sie das Spielbrett durch einen geeigneten Graphen und geben Sie ein perfektes Matching für diesen Graphen an (Skizzen genügen).
2. Erklären Sie, warum/wie dies zu einer Gewinnstrategie für Spieler B führt.

Aufgabe 3.4 (SET). Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

1. Wieviele Geraden gibt es in der Mini-Geometrie $A(\mathbb{F}_3^4)$?
2. In wievielen SETs ist Ihre Lieblings-SET-Karte enthalten?

Hinweis. Nutzen Sie geeignete Symmetrien und zählen Sie nichts mehrfach.

Bonusaufgabe (Mathematik-Wettbewerbe).

1. Wieviele Runden gibt es beim *Bundeswettbewerb Mathematik*? Wie laufen diese ab? Zu welchem Zeitpunkt sollten Lehrer ihre Klassen darüber informieren?
2. Was ist die MOBy? Was ist der Ablauf der Mathematik-Olympiade in Deutschland? Können Schüler direkt teilnehmen oder müssen Schulen bzw. Lehrer die Voraussetzungen dafür schaffen?

Geben Sie Quellen für Ihre Antworten an!