

# Lineare Algebra I: Üben

Prof. Dr. C. Löh/F. Hofmann

November 2024

---

## Wissen, Verstehen, Üben

Wissen, Verstehen, Üben bedingen und verstärken sich gegenseitig. Insbesondere hilft das Üben dabei, Wissen, Verständnis und spezifische Beweis-, Rechen- und Problemlösetechniken zu automatisieren. Diese Automatisierung ist für das Lösen komplexerer Probleme unerlässlich und gibt den Freiraum für die Entwicklung mathematischer Kreativität.

Üben Sie jeden Tag ein bisschen; es ist besser, jeden Tag eine Stunde Lineare Algebra I zu üben als einmal in der Woche viele Stunden am Stück!

Ziel der Übungsaufgaben ist, sich aktiv mit den behandelten Definitionen, Sätzen, Beispielen und Beweistechniken auseinanderzusetzen und zu lernen, damit umzugehen. Insbesondere ist der Weg das Ziel: Es ist wertvoller, eigenständig eine Aufgabe suboptimal zu bearbeiten als eine korrektere Lösung von anderen zu übernehmen. Nutzen Sie den Luxus, dass Sie für Ihre Abgaben *individuelle* Rückmeldung erhalten!

Das Punkteminimum für die Studienleistung ist das *Minimum*. Sie sollten versuchen, möglichst viele Punkte zu erreichen und nicht nach Erreichen dieser Minimalzahl die Übungen schleifen lassen!

## Tag 0: Das neue Übungsblatt

- Beginnen Sie mit der Bearbeitung des Übungsblattes an dem Tag, an dem das Übungsblatt erscheint – manche Dinge brauchen einfach ein paar Tage Zeit.
- Lesen Sie sich alle Aufgaben gründlich durch.
- Kennen Sie die auftretenden Begriffe? Wenn nicht: Nachschlagen/Merken!
- Verstehen Sie, was in der Aufgabe verlangt wird? Insbesondere: Was ist gegeben? Was ist zu tun/zeigen? Welche Ansätze kommen für die Lösung strukturell in Frage?
- Gibt es Sätze/Beispiele aus der Vorlesung, die auf diese Situation passen?
- Welche Lösungsstrategien bzw. Beweisstrategien passen auf die Aufgabe? Kann man einfach direkt mit den Definitionen arbeiten und so zum Ziel gelangen?
- Ist die Aufgabe plausibel? Versuchen Sie, die behaupteten Aussagen an einfachen Beispielen nachzuvollziehen!
- Falls Sie die Aufgabe unplausibel finden, können Sie versuchen, sie zu widerlegen und untersuchen, woran dieses Vorhaben scheitert.
- Kann man die Situation durch eine geeignete Skizze graphisch darstellen?

## Tägliche Routine

- Schaffen Sie ein Umfeld, in dem Sie konzentriert, produktiv, ablenkungsfrei (Mobiltelefon?!) und ergonomisch arbeiten können.
- Überlegen Sie sich, woran Sie arbeiten möchten bzw. welche Ziele Sie in dieser Übeeinheit erreichen möchten.
- Beginnen Sie zum „Aufwärmen“ mit einfachen Dingen. Zum Beispiel mit dem Lernen von in der Vorlesung behandelten Begriffen/Sätzen, mit den Fingerübungen auf den Übungsblättern oder mit den Fragen/Beispielen im Skript.
- Bearbeiten Sie dann die Aufgaben auf dem Übungsblatt.

Verwenden Sie viel Schmierpapier und geben Sie sich genug Zeit, an der Aufgabe herumzuxperimentieren! Selbst wenn Sie die Aufgabe nicht vollständig oder nicht korrekt lösen, werden Sie auf diese Weise viel lernen, da Sie sich aktiv mit dem Material auseinandersetzen.

Wenn Sie nicht weiterwissen, diskutieren Sie die Aufgabe mit Kommilitonen oder verwenden Sie Literatur. Lassen Sie sich aber auf keinen Fall dazu verleiten, einfach Lösungen irgendwo abzuschreiben, K„I“-Systemen blind zu vertrauen oder ausschließlich in Gruppen zu arbeiten. Mathematik kann man nur lernen, wenn man aktiv damit arbeitet und seine Gedanken selbst formuliert!

Notieren und sammeln Sie Ihre Fragen. Können Sie Ihre Fragen vom Vortag beantworten? Woran möchten Sie am nächsten Tag weiterarbeiten?
- Planen Sie Pausen ein (mental und physisch).
- Beenden Sie Ihre Übeeinheit mit einem Aspekt von Mathematik, der Ihnen uneingeschränkt Spaß macht. Zum Beispiel mit ergänzender Literatur/ergänzenden digitalen Angeboten, mit mathematischen Rätseln, Cartoons, Spielen . . .

## Aufschreiben von Lösungen

- Auch wenn Sie in einer größeren Gruppe kooperiert haben: Schreiben Sie Ihre Lösungen selbständig auf.
- Gliedern Sie Ihre Lösung sauber in Voraussetzung, Behauptung und Beweis. Passt dies mit der Aufgabe zusammen?
- Teilen Sie Ihre Beweise in sinnvolle Zwischenschritte auf.
- Achten Sie darauf, dass Sie verständlich formulieren und dass die Argumente logisch aufeinander aufbauen.
- Ist Ihre Argumentationskette wirklich lückenlos? Seien Sie misstrauisch gegenüber Ihrer eigenen Lösung und versuchen Sie, alle potentiellen Schwachpunkte ausfindig zu machen!
- Wenn Sie einzelne Beweisschritte nicht vollständig durchführen können, können Sie in Ihrer Lösung darauf hinweisen – die restliche Lösung kann trotzdem Punkte erhalten.

- Achten Sie darauf, dass Sie alle Bezeichner einführen und dass Sie mathematische Symbole und Fachbegriffe korrekt verwenden.
- Versuchen Sie, sich so präzise wie möglich auszudrücken.
- Versuchen Sie, indirekte Argumente so weit wie möglich zu vermeiden.
- Überprüfen Sie am Ende, ob Sie wirklich das bewiesen haben, was Sie ursprünglich behauptet haben.
- Oft ist es auch hilfreich zu überprüfen, ob/wie alle in der Aufgabe gegebenen Voraussetzungen verwendet wurden.
- Würden Sie Ihre Lösung verstehen, wenn Sie sie zum ersten Mal lesen würden?
- Alles, was Sie abgeben, müssen Sie eigenständig formuliert und auch verstanden haben.
- Geben Sie Literaturangaben an, wenn Sie zusätzliche Quellen verwendet haben.
- Teilen Sie Ihre Lösungen vor dem Abgabetermin *nicht* auf sozialen Netzwerken etc. mit den anderen Teilnehmern der Vorlesung. Nichts ist demotivierender, als eine Aufgabe zu bearbeiten, für die bereits Lösungen offen kursieren. Es spricht aber natürlich nichts dagegen, konkrete Fragen anderer Teilnehmer zu beantworten.

### **Tag $n - 1$ : Checkliste vor der Abgabe**

- Verstehen Sie Ihre Lösung immer noch?
- Bei jeder Aufgabe: Lösung sauber strukturiert?  
Insbesondere (fast immer): Voraussetzung, Behauptung, Beweis!
- Name(n) auf der Abgabe?  
Nummer der Übungsgruppe auf der Abgabe?
- Können alle Autoren die abgegebenen Lösungen vorstellen?
- Achten Sie bitte auf gute Lesbarkeit und Verständlichkeit;  
lassen Sie genug Platz für Korrekturanmerkungen.
- Papierabgabe:
  - Blätter im A4-Format?
  - Blätter zusammengetackert?  
Bitte keine Umschläge, Hefter, ... verwenden!
  - In den richtigen Briefkasten einwerfen!
- Digitale Abgabe:
  - Abgabe nur im pdf-Format möglich
  - Bei gescannten Lösungen: Lesbarkeit?!

## Bewertungskriterien

- Wurden Voraussetzung, Behauptung, Beweis deutlich gekennzeichnet und voneinander getrennt?
- Stimmen die Voraussetzungen? Sind sie sauber formuliert?
- Stimmen die Behauptungen/Zwischenbehauptungen? Sind sie sauber formuliert?
- Ist die Argumentationskette der Beweisschritte vollständig?
- Sind die Beweisschritte präzise formuliert und verständlich?
- Sind alle Bezeichner eingeführt?
- Werden mathematische Symbole und Fachbegriffe korrekt eingesetzt?
- Ist an jeder Stelle des Beweises klar, was passiert?
- Werden die neu erlernten Begriffe und Techniken passend eingesetzt?
- Wurde die gestellte Aufgabe vollständig gelöst?
- Falls Lösungen abgeschrieben wurden und dies von den Übungsleitern entdeckt wird, erhalten Sie auf diese Aufgaben keine Punkte. Mal abgesehen davon, dass es weder sinnvoll noch fair ist, abzuschreiben.

## Fehlerkultur

Fehler sind ein natürlicher und wichtiger Bestandteil in jedem Lernprozess. Sie bieten gute Gelegenheiten, ein besseres Verständnis zu erlangen.

- Haben Sie keine Angst vor Fehlern!
- Langfristig sollen Fehler minimiert werden. Kurzfristig sind sie aber hilfreich beim Lernen, da sie die Grenze zwischen „korrekt“ und „inkorrekt“ deutlicher hervortreten lassen.
- Wichtig ist, dass Sie nach der Korrektur/Diskussion verstehen, warum ein Fehler vorliegt und wie man ihn beheben kann.  
Insbesondere: Schauen Sie sich die Korrekturen Ihrer Übungsabgaben genau an. Nutzen Sie diese individuelle Rückmeldung zu Ihrem aktuellen Stand!
- Fehler sollten nach Möglichkeit nicht wiederholt werden.
- Falls Sie Fehler in der Vorlesung oder auf den Übungsblättern entdecken, geben Sie bitte Franziska Hofmann oder Clara Löh Bescheid.

## Übungsgruppe

Ziel der Übungsgruppen ist nicht nur die Rückgabe der Korrekturen und das Besprechen von Lösungen. Sie sollen lernen, mathematisch zu diskutieren, Strategien zur Problemlösung zu finden/anzuwenden, und Sie sollen lernen, mathematische Fehler zu erkennen bzw. zu beheben.

- Beantwortung von Fragen zur Vorlesung und zu den Übungsaufgaben.  
Bereiten Sie sich entsprechend vor, sammeln Sie Ihre Fragen und stellen Sie diese während des Übungstermins.
- Bearbeitung (einer Auswahl) von Fingerübungen auf den Übungsblättern.  
Bereiten Sie sich darauf vor, indem Sie die Aufgaben beim täglichen Üben anschauen bzw. bearbeiten. Fragen Sie, wenn Sie Schwierigkeiten bei diesen Aufgaben haben!
- Besprechung von Lösungen der korrigierten Aufgaben.  
Im Normalfall sollen die Teilnehmer vorrechnen! Haben Sie keine Angst, eine Aufgabe vorzurechnen. Auch dann nicht, wenn Ihre Lösung nicht ganz richtig oder vollständig ist. Die Übungsgruppe ist *keine* Prüfung und *keine* Verkündung von „Musterlösungen“, sondern eine Gelegenheit, Mathematik und Kommunikation von Mathematik gemeinsam zu üben.

## Zentralübung

Die Zentralübung bietet die Gelegenheit, Fragen zu stellen, den Stoff der Vorlesung zu wiederholen und weitere Beispiele zu behandeln.

- Bereiten Sie sich darauf vor, indem Sie im Voraus Fragen sammeln.
- Sie können auch das anonyme Frageforum in GRIPS nutzen, um Fragen vorab zu stellen (bzw. gegebenenfalls direkt Antworten zu erhalten).
- Die Zentralübung lebt von Ihren Fragen. Haben Sie keine Angst, Fragen zu stellen. Je mehr verschiedene Teilnehmer Fragen stellen, desto mehr interessante und hilfreiche Blickwinkel ergeben sich.

Viel Erfolg und viel Spaß bei den Übungen!