

## Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 11 vom 3. Juli 2017

---

**Aufgabe 1** (Minimalpolynome). Bestimmen Sie jeweils das Minimalpolynom der folgenden Matrizen in  $M_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Geben Sie auch jeweils eine Zerlegung des zugehörigen  $\mathbb{C}[T]$ -Moduls in zyklische Moduln zu Primpolynompotenzen an.

**Aufgabe 2** (mehr Minimalpolynome). Bestimmen Sie jeweils das Minimalpolynom der folgenden Matrizen in  $M_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ :

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$$

Gibt es einen Zusammenhang zwischen manchen dieser Polynome? Formulieren Sie eine Vermutung!

**Aufgabe 3** (noch mehr Minimalpolynome). Bestimmen Sie jeweils das Minimalpolynom und das charakteristische Polynom der folgenden Matrizen in  $M_{5 \times 5}(\mathbb{C})$ :

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Fällt Ihnen ein Zusammenhang zwischen dem Minimalpolynom und dem charakteristischen Polynom auf? Formulieren Sie eine Vermutung!

**Aufgabe 4** (Wiederholung). Schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung über das Kapitel über Moduln über Hauptidealringen. Was sind die wichtigsten Begriffe, Beispiele, Sätze, Techniken?

---

keine Abgabe!