

## Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 7 vom 5. Juni 2017

---

**Aufgabe 1** (Arithmetik mit Rest). Führen Sie die folgenden Rechnungen in den angegebenen Quotientenmoduln des  $\mathbb{Z}$ -Moduls  $\mathbb{Z}$  aus:

$$\begin{aligned} [8] + [15] & \text{ in } \mathbb{Z}/12\mathbb{Z} \\ -3 \cdot [6] & \text{ in } \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \\ 3 \cdot [-2] & \text{ in } \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \\ -48 \cdot [42] & \text{ in } \mathbb{Z}/2017\mathbb{Z} \end{aligned}$$

**Aufgabe 2** (Quotientenmoduln im Alltag). Welche Quotientenmoduln von  $\mathbb{Z}$  bieten sich zur Modellierung von Rechnungen im Rahmen der folgenden Sachverhalte an?

1. Monate im Jahr
2. Mondphasen
3. Haltestellen der Yamanote Line in Tokyo
4. Paternosteraufzüge

**Aufgabe 3** (mehr Quotientenmoduln). Bestimmen Sie jeweils für die folgenden Matrizen  $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z})$ , wieviele Elemente der Quotientenmodul  $\mathbb{Z}^2 / \text{im } L(A)$  des  $\mathbb{Z}$ -Moduls  $\mathbb{Z}^2$  enthält:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2017 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4** (Wozu?). Warum befassen wir uns im Moment mit der Konstruktion von Moduln?

---

keine Abgabe!