Zentralübung
zur Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Prof. Dr. C. Löh/M. Blank — Quiz vom 20. Juni 2012

Quiz zu Summenverteilungen

1. Wir betrachten den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, S, P), wobei $\Omega := \widetilde{\Omega} \times \widetilde{\Omega}$ mit $\widetilde{\Omega} := \{-1, 1\}$ ist, $S := \mathrm{Pot}(\Omega)$ ist, und P die diskrete Gleichverteilung auf Ω ist. Sei

$$X := \pi_1 \colon \Omega \longrightarrow \widetilde{\Omega} \subset \mathbb{R},$$
$$Y := \pi_2 \colon \Omega \longrightarrow \widetilde{\Omega} \subset \mathbb{R},$$
$$\widetilde{Y} := -X \colon \Omega \longrightarrow \widetilde{\Omega} \subset \mathbb{R}.$$

   (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X, Y, $\widetilde{Y}$.

   (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $X + Y$, $X + \widetilde{Y}$.

   (c) Bestimmen Sie $E(X + Y)$, $E(X + \widetilde{Y})$, $\mathrm{Var}(X + Y)$, $\mathrm{Var}(X + \widetilde{Y})$.

   (d) Sind X und Y stochastisch unabhängig? unkorreliert?

   (e) Sind X und $\widetilde{Y}$ stochastisch unabhängig? unkorreliert?

2. Sei $n \in \mathbb{N}_{>0}$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der relativen Häufigkeit von ⚃ bei n unabhängigen fairen Würfelwürfen.