Zentralübung
zur Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Prof. Dr. C. Löh/M. Blank — Quiz vom 27. Juni 2012

Quiz zu asymptotischen Ereignissen

1. Sei (Ω, S, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und sei $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge in S. Zeigen Sie, dass
$$\chi_{\limsup_{n\to\infty} A_n} = \limsup_{n\to\infty} \chi_{A_n}$$
(wobei der Limes Superior auf der rechten Seite punktweise zu verstehen ist).

2. Sei (Ω, S, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und sei $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reellwertiger Zufallsvariablen auf (Ω, S, P). Zeigen Sie, dass das Ereignis
$$\big\{\omega \in \Omega \;\big|\; \forall_{n\in\mathbb{N}} \quad X_n(\omega) = 1\big\}$$
im allgemeinen *nicht* bezüglich $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ terminal ist.

3. Wir betrachten eine Folge unabhängiger fairer Würfelwürfe. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt in der Folge der Würfe $0, 1, 4, 9, \ldots$ (Quadratzahlen) unendlich oft ⚀ auf?