Übungen zur Topologie III

Dr. C. Löh — Blatt 6 vom 18. November 2009

Wählen Sie eines der folgenden Themen aus oder bearbeiten Sie alternativ ein selbst gewähltes Thema, das eine Verbindung zu Gruppen(ko)homologie hat.

Suchen Sie über http://www.ams.org/mathscinet, http://books.google.com, http://scholar.google.com, ... geeignete Literatur; notfalls können Sie auf die Hinweise unter den Themen zurückgreifen (dort finden Sie geeignete Stichwörter für die Suche bzw. Literaturangaben).

Versuchen Sie, die Fragen (teilweise) mit Hilfe der gefundenen Literatur zu beantworten; Sie müssen die Quellen nicht vollständig im Detail verstehen – es genügt, wenn Sie die wichtigsten Konzepte/Ideen und die grobe Struktur verstehen.

Schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung Ihrer Ergebnisse (ca. 1–4 Seiten); am besten so, dass Sie in den Übungen auch kurz darüber vortragen könnten.

Selbstverständlich können Sie auch in kleinen Gruppen zusammenarbeiten.

Viel Spaß und viel Erfolg!

Thema 1 (Mehr homologische Algebra**).**

1. Was sind abelsche bzw. derivierte Kategorien?
2. Was sind abgeleitete Funktoren in diesem Kontext?

Hinweis:

- S.I. Gelfan, Y.I. Manin. Methods of homological algebra, Springer Monographs in Mathematics, Springer, 2002. [Kapitel III]
- C. Weibel. An introduction to homological algebra, Band 38 der Reihe Cambridge studies in advanced mathematics, Cambridge University Press, 1994. [Kapitel 1 und 10]

Thema 2 (Gruppen mit wenig Kohomologie**).**

1. Gibt es nicht-triviale diskrete Gruppen G mit $H_*(G;\mathbb{Z}) \cong H_*(1;\mathbb{Z})$?
2. Welche Konsequenz hat dies für die Realisierbarkeit von gegebenen (Ko)-Homologiegruppen als Gruppen(ko)homologie?

Hinweis:

- Stichwort: „acyclic groups"
- J.N. Mather. The vanishing of the homology of certain groups of homeomorphisms, Topology 10, S. 297–298, 1971.
- D.M. Kan, W.P. Thurston. Every connected space has the homology of a $K(\pi,1)$, Topology 15, S. 253–258, 1976.

Thema 3 (Geometrische Bedeutung der ersten Gruppenkohomologie**).** Sei G eine diskrete Gruppe.

1. Welche geometrische Bedeutung hat $H^1(G;\mathbb{Z}G)$?
2. Kann man etwas Genaueres über die Gestalt von $H^1(G;\mathbb{Z}G)$ sagen?

Hinweis:

- Stichwort: „Enden von Gruppen/Räumen"
- R. Geoghegan. Topological Methods in Group Theory, Band 243 der Reihe Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2008. [Kapitel 13.3–13.5]
- J.R. Stallings. On torsion-free groups with infinitely many ends, Annals of Mathematics 88, S. 312–334, 1968.

Abgabe am 3. Dezember 2009, Besprechung am 10. Dezember 2009